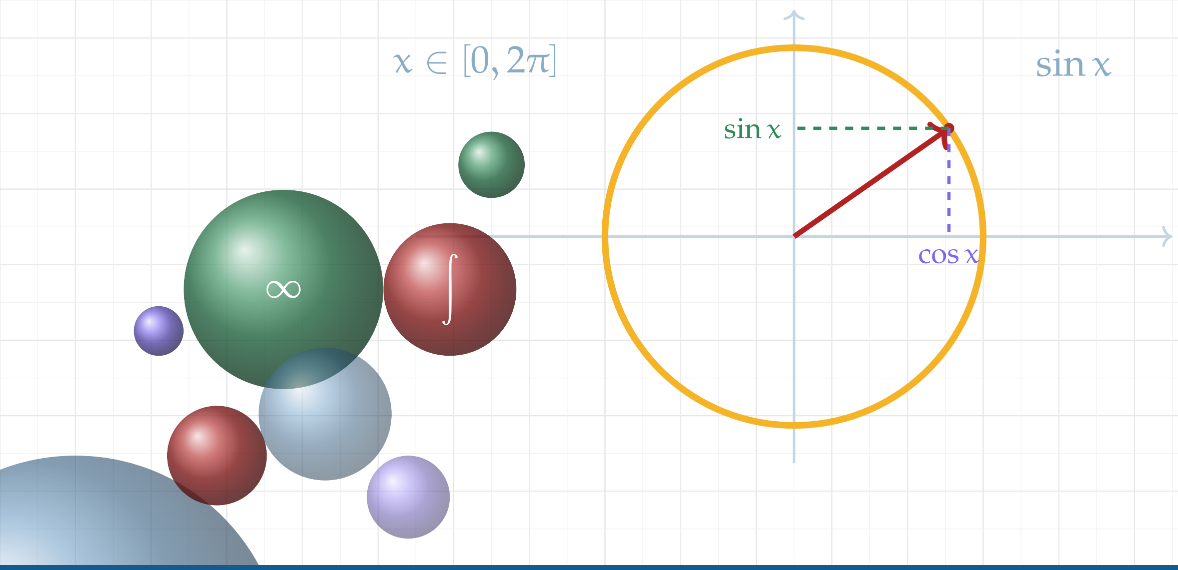
TRONC COMMUN
SCIENTIFIQUE

CAHIER SCOLAIRE

Devoirs

À LA MAISON

Mathématiques



Pr. MOULOUD OUADIFI

www.geocities.ws/moulmaths/

DEVOIR À LA MAISON №1

Á RENDRE LE ____ / ____ / ______

Exercice № 1

1. soit n un entier naturel .

   a) calculer $(n+1)^2 - n^2$

   b) En déduire que tout nombre impair peut s'écrire comme la différence des carrés de deux entiers naturels consécutifs.

   c) Ecrire les deux nombres 2017 et 2025 sous forme d'une différence de carrés de deux entiers naturels consécutifs.

   d) Calculer la somme :

$$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots\dots\dots + 2023 + 2025$$

2. Trouver tous les couples d'entiers naturels (x, y) qui vérifient : $x^2 = y^2 + 13$

3. Donner tous les diviseurs de 29 puis déterminer tous les entiers naturels n tels que $\dfrac{5n+34}{n+1} \in \mathbb{N}$

Exercice № 2

On considère dans le plan un parallélogramme $ABCD$ de centre O.

E et F deux points tels que : $\overrightarrow{DE} = \dfrac{5}{2}\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{CF} = -\dfrac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

1. Construire les points E et F

2. Montrer que : $\overrightarrow{BF} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$ et que $\overrightarrow{BE} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB}$

3. Exprimer chacun des deux vecteurs $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BF}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$

4. En déduire que les points B, E et F sont alignés.

5. La droite parallèle à la droite (DC) passant par O coupe la droite (AD) en un point I et la droite (EF) en un point J.

   a) Montrer que I est milieu de $[AD]$.

   b) Déduire que : $\overrightarrow{FJ} = \dfrac{1}{5}\overrightarrow{FE}$

DEVOIR À LA MAISON №2

Á RENDRE LE ____ / ____ / ______

Exercice № 1

1. Calculer sans calculatrice :
   - $A = 2026^2 - 2025^2$
   - $B = 100^2 - 200 \times 50 + 50^2$
   - $C = (1000+1)(1000^2 - 999)$

2. Soit x un réel . En justifiant votre réponse , dire si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse
   - Si $x \in \mathbb{D}$ alors $x \in \mathbb{Q}$
   - Si $x \notin \mathbb{D}$ alors $x \notin \mathbb{Q}$
   - Si $x \in]1 - \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{2}[$ alors $x \in]1, 1 + \frac{1}{2}[$
   - si $x \in \mathbb{Q}$ et $y \in \mathbb{Q}^*$ alors $\frac{x}{y} \in \mathbb{Q}$
   - si $x \in \mathbb{D}$ et $y \in \mathbb{D}^*$ alors $\frac{x}{y} \in \mathbb{D}$

Exercice № 2

Soient x et y deux nombres réels strictement positifs tels que $x < y$

1. a) Comparer $\frac{x-1}{x}$ et $\frac{y-1}{y}$

   b) Comparer $\frac{8765,4321}{8765,4322}$ et $\frac{8765,4322}{8765,4323}$
   (sans l'aide de la calcultrice)

2. Traduire sous forme d'intervalle

   On appelle valeur approchée d'un nombre réel x à la précision r tout nombre a tel que : $a \in$ ....

3. Déterminer une valeur approchée de xy et la précision associée sachant que $5,3$ est une valeur approchée de x à la pécision 2×10^{-2} et que $8,4$ est une valeur approchée de y à la pécision 3×10^{-1}

4. Sans l'aide de la calcultrice , trouver l'entier N tels que : $N \times 10^{-2} < \sqrt{15} < (N+1) \times 10^{-2}$

Exercice № 3

On considère dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ les points $A(-1,2)$; $B(2;5)$ et $C(1;1)$

1. Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

2. Montrer qu'une équation cartésienne de la droite (AB) est : $x - y + 3 = 0$

3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par C et de vecteur directeur $\vec{w}(-1;2)$.

4. Montrer que (Δ) et (AB) sont sécantes et déterminer leur point d'intersection .

5. On considère les deux vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$

   a) Montrer que le triplet $(A; \vec{u}; \vec{v})$ forme un repère dans le plan.

   b) Soit H un point de coordonnées $(2;1)$ dans le repère $(A; \vec{u}; \vec{v})$. Déterminer le couple $(x;y)$ coordonnées de H dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

DEVOIR À LA MAISON №3

Á RENDRE LE ____ / ____ / ______

Exercice № 1

On considère le polynôme :
$P(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$.

1. Montrer que -2 est une racine de $P(x)$.
2. Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que $P(x) = (x+2)Q(x)$.
3. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2 - 5x + 3 = 0$ et en déduire les solutions de l'équation $2x^2 - 5|x| + 3 = 0$.

   b) Factoriser le polynôme $Q(x)$ et écrire $P(x)$ sous forme de produit de polynômes de premier degré.
4. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $2(x^3 + 3) < x^2 + 7x$.

   b) En déduire les solutions de l'inéquation $2(x-1)^3 - (x-1)^2 - 7(x-1) + 6 < 0$.

Exercice № 2

1. Soient deux nombres. Si on ajoute au premier nombre 3 fois le second , on obtient 90 . Mais si on ajoute au second nombre 3 fois le premier on trouve 70 . Quels sont ces deux nombres
2. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $\begin{cases} |x+3| + 3|y-3| = 90 \\ 3|x+3| + |y-3| = 70 \end{cases}$

Exercice № 3

1. Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs non nuls tels que : $(\vec{u};\vec{v}) = \frac{29\pi}{12}\ (2\pi)$ et $(\vec{w};\vec{v}) = \frac{11\pi}{12}\ (2\pi)$

   a) Déterminer la mesure principale de chacun des angles $(\vec{u};\vec{v})$, $(\vec{v};\vec{w})$, $(-\vec{u};\vec{w})$ et $(\vec{u};\vec{w})$.

   b) Que peut-on dire de $\vec{u}$ et $\vec{w}$?
2. Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs tels que $(\overline{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{-2\pi}{3}$ æ $(\overline{\vec{v},\vec{w}}) = \frac{-\pi}{4}$

   a) Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overline{\vec{u},\vec{w}})$

   b) Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overline{-\vec{u},\vec{v}})$
3. a) Calculer $\cos(3\pi - x)$ sachant que $\sin(x) = \frac{1}{3}$ et que $x \in [0;\pi]$

   b) Calculer $\sin(x)$ sachant que $\sin(x) = \frac{4}{5}$ et que $x \in [\frac{\pi}{2};\pi[$
4. Calculer
$A = \cos(\frac{\pi}{10}) + \cos(\frac{2\pi}{10}) + \cos(\frac{3\pi}{10}) + ... + \cos(\frac{9\pi}{10})$

Exercice № 4

Le tableau suivant donne les notes de 20 élèves admis dans un examen :

Caractère (notes)	10	12	13	14
Effectif (nombre d'élèves)	9	5	4	2

1. Calculer la moyenne arithmétique de la série statistique.
2. Calculer l'écart moyen
3. Calculer la variance.

DEVOIR À LA MAISON №4

Á RENDRE LE ____ / ____ / ______

Exercice № 1

1. On considère le polynôme :

$P(x) = -4x^2 + (2\sqrt{3} - 2)x + \sqrt{3}.$

a) Résoudre dans $[0, 2\pi]$ l'équation : $2\cos(x) + 1 = 0.$

b) Résoudre dans $[0, 2\pi]$ l'équation : $-2\cos(x) + \sqrt{3} = 0.$

c) Établir le tableau du signe de $(2\cos(x) + 1)$ sur $[0, 2\pi]$.

d) Établir le tableau du signe de $(-2\cos(x) + \sqrt{3})$ sur $[0, 2\pi]$.

e) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.

f) Déterminer les réels a, b, c et d tels que $P(x) = (ax + b)(cx + d)$.

g) En déduire le signe de $f(x) = -4\cos^2(x) + (2\sqrt{3} - 2)\cos(x) + \sqrt{3}$ sur $[0, 2\pi]$.

2. **a)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$\sin(x - \frac{\pi}{6}) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}).$

b) Résoudre dans $[-2\pi, 2\pi]$ l'équation $\sin(x - \frac{\pi}{6}) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}).$

Exercice № 2

Soient $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ deux cercles de centres respectifs O_1 et O_2. Les deux n'ont pas nécessairement le même rayon et se coupent en deux points A et B. La droite (O_1A) coupe le cercle $\mathscr{C}_1$ en M et la droite (O_2A) coupe le cercle $\mathscr{C}_2$ en N.

1. Construire la figure.

2. Montrer que les points M, N et B sont alignés.

DEVOIR À LA MAISON №5

Á RENDRE LE ____ / ____ / ______

Exercice № 1

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 2x - 3$, et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1. Montrer que : $f(x) = (x-1)^2 - 4$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

2. a) Déterminer la nature de (C_f) la courbe de la fonction f et ses éléments caractéristiques.

   b) Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère.

3. a) Montrer que f est strictement croissnte sur $[1, +\infty[$ et est strictement décroissnte sur $]-\infty, 1]$

   b) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

4. Tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

5. On considère la fonction : $g(x) = |f(x)|$, et soit (C_g) sa courbe représentative.

   Tracer (C_g) dans le même repère $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

Exercice № 2

On considère les fonctions f et g définient par $f(x) = 3 - \dfrac{1}{x-2}$ et $g(x) = 3x - 7$

1. Déterminer $\mathscr{D}_f$, l'ensemble de définition de la fonction f

2. Montrer que f est strictement croissnte dans chacun des intervalles $]-\infty, 2[$ et $]2, +\infty[$

3. Montrer que les deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ se coupent en deux points A et B d'abscisses respectifs $\dfrac{7}{3}$ et 3

4. Représenter dans un même repère orthonormé $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

5. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 3x - 7$

6. On considère la fonction g définie par $h(x) = |3 - \dfrac{1}{x-2}|$

   a) Déterminer $\mathscr{D}_h$, l'ensemble de définition de la fonction h

   b) Ecrire $h(x)$ sans la notation de valeur absolue pour tout réel x dans $\mathbb{R} - \{2\}$

   c) Représenter dans le même repère orthonormé $\mathscr{C}_h$.

   d) Discuter selon les valeurs du nombre réel m le nombre de solutions de l'équation $h(x) = m$

DEVOIR À LA MAISON №6

Á RENDRE LE ____ / ____ / ______

Exercice № 1

Soit ABC un triangle . I milieu de $[AB]$. E et F deux points tels que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$

1. On considère l'homothétie h de centre A et qui transforme F en C

a) Détérminer le rapport de l'homothétie h

b) Détérminer $h(E)$.

(Justifiez votre réponse)

2. Soit J l'image du point I par la translation $t_{\overrightarrow{AC}}$ M milieu de $[EF]$ et N milieu de $[IC]$.

a) Montrer que les points A ; M ; N et J sont alignés

b) Montrer que $(EF) \parallel (BJ)$

Exercice № 2

Soit ABC un triangle . On pose $AB = c$; $BC = a$; $AC = b$; p est le périmétre du triangle ; d_p est son demi-périmétre et S son aire.

1. Démontrer que : $S = \frac{1}{2}bc\sin(\widehat{BAC}$

2. Démontrer que : $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

3. En déduire que :

a) $\sin^2(\widehat{BAC}) = \dfrac{4b^2c^2-(b^2+c^2-a)^2}{4b^2c^2}$

b) $\sin^2(\widehat{BAC}) = \dfrac{[(b+c)^2-a^2][a^2-(b-c)^2]}{4b^2c^2}$

c) $\sin^2(\widehat{BAC}) = \dfrac{p(p-2a)(p-2b)(p-2c)}{4b^2c^2}$

4. Démontrer que :

$$S = \frac{1}{4}\sqrt{p(p-2a)(p-2b)(p-2c)}$$

5. En déduire que :

$$S = \sqrt{d_p(d_p-a)(d_p-b)(d_p-c)}$$

6. Application : Calculer l'aire d'un triangle dont les côtés mesurent $3cm$; $6cm$ et $7cm$.

Exercice № 3

$ABCDFGH$ un cube . On note par (D) la droite paralléle à (BD) et passant par A

1. Démontrer que (D) et (FH) sont coplanaires .

2. Démontrer que (D) et (BC) sont sécantes.

3. Démontrer que (BC) et (AFH) ne sont pas orthoganaux .

4. Étudier la position relative des deux droites (AC) et (BH)

5. Étudier la position relative des deux droites (LK) et (BH) tels que L et K sont les milieux resoectifs de $[AE]$ et $[CG]$.

6. Étudier la position relative des deux plans (BDE) et (CFH) .